Mathe 7

1. Wiederholung:Bruchrechnung

   1. Anteil am Ganzen

$$Bruch = \frac{Zähler}{Nenner}$$

Der ***Nenner*** (unter dem Bruchstrich) sagt aus, in wie viele gleich große Teile ich ein Ganzes zerlegt habe. Er benennt die Bruchart. Der ***Zähler*** (über dem Bruchstrich) besagt, wie viele Teile ich davon benötige. (Er zählt die Teilstücke, die ich benötige.)

$$\frac{3}{4} = drei\ von\ vier\ Teilen$$

   2. Erweitern und Kürzen

Beim ***Erweitern*** und ***Kürzen*** werden Zähler und Nenner eines Bruches mit derselben Zahl multipliziert bzw. dividiert. Hierbei ändert sich die Größe des Bruches nicht, sondern nur die Feinheit der Einteilung. Er wird in mehr oder weniger Bruchstücke zerlegt.

$$\frac{3}{7} \overset{(2)}{=} \frac{6}{14} \quad oder \quad \frac{6}{15} \underset{(3)}{=} \frac{2}{5}$$

3. Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche

Gehören zwei Brüche zu der selben Bruchart, so heißen sie ***gleichnamig***. Das bedeutet, dass ihr Nenner gleich ist.

$$z.B.: \frac{3}{7} und \frac{5}{7}$$

Da der Zähler angibt, wie viele Teile ich davon habe, kann ich die Zähler einfach addieren bzw. subtrahieren.

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}; \qquad \frac{5}{7}-\frac{3}{7}=\frac{2}{7}$$

4. Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche

Gehören zwei Brüche zu zwei verschiedenen Brucharten, so heißen sie ***ungleichnamig***. Das bedeutet, dass ihr Nenner ungleich ist.

$$z.B.: \frac{2}{3} und \frac{2}{5}$$

Das bedeutet, dass ich sie erst einmal gleichnamig machen muss.

Das klappt mittels Erweitern :

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\overset{(5;3)}{=}\frac{10}{15}+\frac{6}{15}=\frac{16}{15}$$

Den gemeinsamen Nenner nennen wir ***Hauptnenner***. Der günstigste Hauptnenner ist das ***kleinste gemeinsame Vielfache*** der Summandennenner.

$$\frac{5}{6}-\frac{3}{8}\overset{(4;3)}{=}\frac{20}{24}-\frac{9}{24}=\frac{11}{24}$$

5. Multiplikation

a) Ganze Zahl (Fakor) mit Bruch:

Da der Zähler zählt, multiplizieren wir den Zähler des Bruches mit dem Faktor.

$$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

b) Bruch (Fakor) mit Bruch:

Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{28}$$

Wie man an diesem Beispiel sieht, lohnt sich hier das vorzeitige ***Kürzen*** (Aus Zähler und Nenner denselben Faktor entfernen):

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 7} \underset{(2)}{=} \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 7} = \frac{3}{14}$$

6. Division

a) Bruch geteilt durch ganze Zahl (Divisor)

Man teilt den Bruch durch die Zahl, indem man, wenn dies geht, den Zähler durch den Divisor teilt, ansonsten den Nenner mit dem Divisior multipliziert.

$$\frac{6}{7}:3=\frac{2}{7} \quad \textit{oder} \quad \frac{4}{7}:3=\frac{4}{21}$$

b) Bruch geteilt durch Bruch (Divisor)

Mit dem ***Kehrwert*** des Divisors (Bruch hinter dem „:“- Zeichen) multiplizieren!) (***Kehrwert*** : Zähler und Nenner des Bruches vertauschen)

$$\frac{3}{4}:\frac{2}{7}=\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{2}=\frac{21}{8}$$

Auch hier kann man evtl. kürzen, aber erst nachdem der Kehrwert gebildet wurde.

$$\frac{3}{4}:\frac{5}{8}=\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{5}\underset{(4)}{=}\frac{3\cdot 2}{1\cdot 5}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$$

Letzteres nennt man die ***gemischte Schreibweise*** (ganze Zahl und Bruch), die immer dann möglich ist, wenn der Zähler größer als der Nenner ist.

Aufgaben (ohne Taschenrechner!):

1. Erweitere: $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{17}$ mit (3;7;12)

2. Kürze so weit wie möglich: $\frac{6}{8}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{14}{35}$; $\frac{42}{56}$; $\frac{121}{165}$

3. Berechne (Ergebnisse kürzen, wenn möglich)

a) $\frac{7}{15}-\frac{10}{15}$ b) $\frac{5}{21}+\frac{10}{49}$ c) $1\frac{7}{5}-2\frac{3}{9}$

d) $7\cdot\frac{11}{35}$ e) $\frac{7}{15}\cdot\frac{45}{56}$ f) $\frac{51}{29}:17$ g) $\frac{33}{275}:\frac{12}{55}$